

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
CONSILIUL NAȚIONAL PENTRU CURRICULUM

PROGRAMA ȘCOLARĂ
pentru
MATEMATICĂ
CLASELE a V-a – a VIII-a
ALTERNATIVA EDUCAȚIONALĂ WALDORF

Aprobată prin Ordin al Ministrului

nr. /

București

2001

NOTĂ DE PREZENTARE

Învățământul alternativ Waldorf își propune să asigure dezvoltarea completă și nerestrictivă a personalității copilului în concordanță cu aptitudinile sale native. Studiul matematicii contribuie la dezvoltarea armonioasă din punct de vedere fizic și psihic, la dobândirea unor reprezentări corecte a realității fizice și formarea competențelor de bază în rezolvarea de probleme implicând calculul algebric și raționamentul geometric. În această etapă de dezvoltare a copiilor, matematica se prezintă ca o activitate dinamică de rezolvare a problemelor corelate mai întâi de toate cu activitățile practice. Ulterior ea se dezvoltă pe două direcții:

- orizontal - spre practică, spre legătura cu alte discipline;
- vertical - pe linia aprofundării și extinderii noțiunii de număr, pe linia sistematizării proprietăților operațiilor, a fundamentării calculului algebric (este doar o desprindere provizorie de practică).

Programa pentru clasele V-VIII continuă în mod firesc demersul propus pentru învățământul primar, asigurând unitatea conceptuală a studiului matematicii în învățământul alternativ Waldorf. Studiul aritmeticii elementare este continuat în vederea formării deprinderilor de a aplica operațiile aritmetice în practica directă, menținându-se astfel contactul cu realitatea. El pregătește studiul algebrei prin deplasarea treptată a accentului de la sensul concret al operației spre proprietățile formale ale operațiilor. Calculul algebric este introdus prin probleme de aritmetică comercială, probleme în care apar primele notații simbolice ale numerelor. Dincolo de aspectele practice și morale ale acestui tip de aritmetică, pregătim pe direcția verticală, noțiunea de funcție sub aspectul ei de dependență între mărimi. Algebra elementară (extinderi ale noțiunii de număr, calculul algebric și ecuații) pregătește algebra propriu-zisă și analiza; ea este în același timp privită ca o aritmetică mai generală cu multe și delicate probleme de metodică. Aceasta este pe deplin dezvoltată începând cu clasa a VII-a. Pe tot parcursul prezentării calculului algebric se recomandă păstrarea legăturilor cu numerele concrete, exemplificarea numerică a regulilor și formulelor de calcul. Dezvoltarea ei se face:

- orizontal - aplicații ale noțiunii de formulă de calcul - în geometria metrică și aplicațiile ecuațiilor în calcule practice.
- vertical - formarea unor noțiuni esențiale pentru algebra superioară și analiză.

Prin accentuarea aspectelor esențiale pentru dezvoltarea pe verticală, elevii dobândesc un punct de vedere nou în a privi un același lucru, mai larg, mai nuanțat și matematica li se înfățișează ca o metamorfoză a ideilor de număr și formă.

Predarea geometriei este organizată concentric. În clasa a V-a, desenul formelor (a se vedea programa de desenul formelor pentru clasele I-V) se transformă în desen geometric și astfel elementului de desenare a principalelor forme și figuri geometrice i se adaugă progresiv cel de observare descriptivă. La începutul clasei a V-a geometria presupune construcții cu mâna liberă prin care se exersează siguranța în motorica fină, evaluarea proporțiilor și rapoartelor. Începe analiza figurilor - dintre operațiile logice se accentuează analiza, însă proprietățile figurilor sunt analizate prin experiența desenului dar încă nu sunt cunoscute relațiile logice între diferite proprietăți. Folosirea instrumentelor geometrice spre finalul acestei clase conduce la construcții riguroase, exacte și reprezentări pe măsură.

În clasa a VI-a începe geometria bazată pe raționament. Are loc structurarea logică a proprietăților figurilor (elevii observă că pătratul este și dreptunghi, înțeleg că dintr-o proprietate se poate deduce alta, deci pe lângă experiența construcției apare și deducția; descoperă unele relații între proprietăți).

Ideea este de a face geometria mai accesibilă; ea să nu fie considerată o materie aridă și prea abstractă. Descoperirea legăturilor logice este precedată deci de descoperirea proprietăților figurilor geometrice, fără prea multe justificări logice (clasele 6-7) în schimb se fac numeroase construcții geometrice și acest lucru corespunde bine înclinațiilor copiilor de această vârstă. Construcțiile geometrice reprezintă o combinație de imaginație și de activitate manuală concretă.

Pentru a iniția elevii în raționamentul geometric li se propune să explice faptele pe care le-au constatat în prealabil pe construcția figurii geometrice. Deseori enunțurile tradiționale „Să se demonstreze că...” sunt înlocuite cu îndemnuri la o cercetare activă: li se cere să facă o anumită construcție; apoi sunt îndrumați să descopere o proprietate a figurii și li se cere să explice de ce figura respectivă are acea proprietate. Se folosesc izometriile particulare: simetria și rotația. Aceste procedee sunt preferate demonstrațiilor bazate pe metoda trighiurilor congruente. Ele sunt în același timp verificări și explicații.

În clasa a VIII-a se face o recapitulare generală și, în acest cadru, se pune accentul mai mult pe latura deductivă. Obiectele asupra cărora se fac raționamente geometrice (figurile geometrice) le sunt familiare elevilor și acum elevii au capacități de gândire mai bine conturate.

În ceea ce privește geometria în spațiu după câteva propoziții despre drepte și plane predate în strânsă legătură cu prisma se trece la calculul ariilor și volumelor. Ultima parte a clasei a VIII-a este rezervată unei revizuirii generale în care vor fi dezvoltate și mai mult aspectele logico-deductive.

Ideea de a face apel la obiecte concrete, la corpurile fizice este aplicată în chip constant în prima parte a geometriei în spațiu. Procedeeul constă în a trata mai întâi poliedrele fără a li se da definiții precise (ex. prisma) pentru a permite ilustrarea unor teoreme cu ajutorul unor exemple concrete și să se rezolve un număr mare de probleme de calcul și de construcție.

Sinteza de la clasa a VIII-a se pregătește atent prin planificare bine gândită, punându-se accent nu neapărat pe logica internă a materiei cât pe modul în care materia contribuie la dezvoltarea unor forțe sufletești în tânărul om. Profesorul ar trebui să știe la ce nivel se găsește cu clasa respectivă și că trecerea de la o etapă la alta se face cu atenție aceasta necesitând o activitate temeinică de proiectare didactică.

Prezenta programă este elaborată pentru 4 ore săptămânal (clasele V-VIII), care sunt prevăzute în trunchiul comun al planului-cadru pentru alternativa educațională Waldorf.

OBIECTIVE CADRU

1. Cunoașterea și înțelegerea conceptelor, a terminologiei și a procedurilor de calcul specifice matematicii
2. Dezvoltarea capacităților de explorare/investigare și rezolvare de probleme
3. Dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic
4. Dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul și aplicarea matematicii în contexte variate

CLASA a V-a

OBIECTIVE DE REFERINȚĂ ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

1. Cunoașterea și înțelegerea conceptelor, a terminologiei și a procedurilor de calcul specifice matematicii

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a V-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a V-a, se recomandă următoarele activități:</i>
1.1	să scrie, să citească, să compare pe axă numere naturale, fracționare și zecimale	<ul style="list-style-type: none">- exerciții de citire și scriere de numere naturale în sistemul zecimal; explicitarea scrierii unui număr natural în baza 10;- exerciții de scriere și citire a unei fracții: fracții ordinare, fracții zecimale;- exerciții de reprezentare pe axă a numerelor raționale;- exerciții de comparare și ordonare a numerelor, utilizând cât mai multe metode;
1.2	să efectueze calcule conținând adunări, scăderi, înmulțiri, împărțiri și ridicări la putere, cu numere naturale, fracționare și zecimale, utilizând proprietățile operațiilor de adunare și înmulțire	<ul style="list-style-type: none">- exerciții de calcul cu numere naturale, urmărind respectarea ordinii operațiilor și folosirea corectă a parantezelor;- adunări și scăderi: cu numere fracționare având același numitor sau numitori diferiți, prin aducerea la un numitor comun; cu numere zecimale; cu ambele tipuri de numere;- înmulțiri și împărțiri cu numere zecimale;- ridicări la putere cu exponent natural, a numerelor zecimale;- exerciții semnificative, care să scoată în evidență avantajele folosirii proprietăților operațiilor;
1.3	să folosească aproximări ale numerelor naturale, fracționare și zecimale pentru a estima sau a verifica validitatea unor calcule	<ul style="list-style-type: none">- exerciții de comparare a două numere naturale care au: același număr de cifre; număr diferit de cifre;- exerciții de evaluare a rezultatelor unor adunări, scăderi, înmulțiri, împărțiri, înainte de efectuarea calculului, utilizând eventual estimarea termenilor (a factorilor);- exerciții de comparare a numerelor raționale;- exerciții de aproximare a numerelor naturale la numere divizibile cu puteri ale lui 10, prin lipsă, adaos sau prin rotunjire până la cea mai apropiată zece, sută sau mie;- exerciții de aproximare a numerelor fracționare la numere naturale sau zecimale;- exerciții de aproximare a numerelor zecimale la numere zecimale cu un număr mai mic de cifre zecimale semnificative, sau la numere naturale;

- 1.4 să utilizeze elemente de teoria mulțimilor pentru a justifica etape în rezolvarea unor probleme
- exerciții de reprezentare a unei mulțimi, folosind: enumerarea elementelor; enunțarea unei proprietăți comune a elementelor; exemple de mulțimi egale și exemple de mulțimi între care există relația de incluziune;
 - exerciții de identificare a numerelor divizibile cu 2, 5, 10 dintr-o mulțime de numere;
 - exerciții de completare a unor șiruri de numere, întocmite după o regulă aditivă, multiplicativă etc.;
- 1.5 să utilizeze ecuații de tipul $? \pm a = b$; $? \cdot a = b$; $? : a = b$ ($a \neq 0$) și inecuații de tipul $? \pm a < b$; $? \cdot a < b$; $? : a < b$ ($a \neq 0$), unde a și b sunt numere naturale, în rezolvarea unor probleme
- proba unei operații folosind operația inversă;
 - exerciții de transcriere a unei situații problemă în limbaj matematic, înlocuind numerele necunoscute cu simbolul „?”;
 - analiza unor probleme care conduc la formule de tipul $a \pm ? = ?$, $a \pm b \pm c = ?$, $a \cdot b = ?$, $a : b = ?$ ($b \neq 0$): identificarea datelor și a necunoscutelor; identificarea operațiilor prin care se ajunge la rezolvare; identificarea tipului problemei (a formulei); construirea unor probleme după astfel de "formule" date;
 - exerciții de rezolvare a unor ecuații: prin încercări;
 - rezolvarea unor probleme cu text prin metoda reducerii la unitate sau prin rezolvarea unei ecuații de tipul $? \pm a = b$, $? \cdot a = b$, unde a și b sunt numere naturale;
- 1.6 să efectueze transformări între multiplii și submultiplii principalelor unități din sistemul internațional de măsuri (pentru lungime, arie, volum, masă, timp); să estimeze măsuri ale unor obiecte din mediul apropiat
- activități care să pună în evidență necesitatea unui etalon comun pentru efectuarea unor măsurători: măsurarea cu diferite unități nestandard, compararea rezultatelor;
 - exerciții de calcul în care intervin transformări cu unități de măsură;
 - exerciții de alegere a celei mai potrivite unități de măsură, pentru un anumit context dat;
 - exerciții de apreciere a dimensiunilor, capacității, masei unor obiecte familiare; aprecierea distanțelor;
- 1.7 să înregistreze, să clasifice și să prezinte date sub formă de tabele și diagrame statistice simple
- exerciții de clasificare a unor obiecte concrete sau matematice, după criterii date;
 - reperarea unei informații dintr-un tabel sau listă;
 - reprezentarea unor date în tabele cu una și două intrări; realizarea unor diagrame statistice simple (grafice cu bare);
 - realizarea unor experimente de tip probabilistic și întocmirea unor tabele cu rezultatele acestora.

2. Dezvoltarea capacităților de explorare/investigare și rezolvare de probleme

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a V-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a V-a, se recomandă următoarele activități:</i>
2.1	să exploreze modalități de descompunere a numerelor naturale și zecimale, folosind operațiile studiate	- exerciții de scriere a unui număr natural sau zecimal ca o sumă, diferență, produs, cât, putere, în cât mai multe moduri diferite; - descompunerea numerelor naturale, respectând criteriile suplimentare date: descompunerea în baza zece; „proba împărțirii” (teorema împărțirii cu rest);
2.2	să investigheze valoarea de adevăr a unei afirmații, prin construirea unor exemple	- exerciții de verificare a validității unor afirmații, pe cazuri particulare;
2.3	să descopere, să recunoască și să completeze succesiuni de numere asociate după reguli identificate prin observare	- exerciții de completare a unor șiruri de numere, întocmite după o anumită regulă; identificarea regulii de formare a șirului și exprimarea ei, în cuvinte sau printr-o formulă, desen etc.; alcătuirea unor șiruri, pornind de la o regulă dată; inventarea unor reguli de alcătuire a șirurilor;
2.4	să recunoască veridicitatea unor rezultate obținute prin măsurare sau calcul	- identificarea rezultatului plauzibil dintr-o listă de răspunsuri posibile; folosirea estimărilor, a măsurătorilor;
2.5	să construiască probleme pornind de la un enunț parțial sau de la un model	- compararea unor probleme create pornind de la același element de sprijin.

3. Dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a V-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a V-a, se recomandă următoarele activități:</i>
3.1	să identifice informațiile esențiale dintr-un enunț matematic prezentat în diverse forme	- notarea prescurtată a datelor unei probleme; - transpunerea din limbaj cotidian în limbaj matematic;
3.2	să prezinte clar, corect și concis, oral sau în scris, metodele și/sau operațiile utilizate în rezolvarea unei probleme	- redactarea rezolvării unei probleme date; - argumentarea orală a demersului de rezolvare a unei probleme,
3.3	să-și asume diverse roluri de învățare în cadrul unui grup	- formulare de probleme pentru colegi; - rezolvarea unor probleme propuse de colegi.

4. Dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul și aplicarea matematicii în contexte variate

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a V-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a V-a, se recomandă următoarele activități:</i>
4.1	să-și formeze obișnuința de a exprima prin operații matematice anumite probleme practice	- abordarea unor situații problemă; transpunerea acestora din limbaj curent în limbaj matematic;
4.2	să manifeste perseverență în rezolvarea unei probleme; să participe cu idei noi la găsirea soluției	- utilizarea unor metode variate în rezolvarea unei probleme.

CONȚINUTURI

1. Numere naturale

Scrierea și citirea numerelor naturale. Comparare și ordonare.

Adunarea, scăderea, înmulțirea, împărțirea numerelor naturale; Împărțirea cu rest a numerelor naturale

Ordinea efectuării operațiilor. Factorul comun. Divizor, multiplu. Divizibilitatea cu 10, 2, 5.

Numere prime. Numere compuse. Numere pare și numere impare.

Rezolvarea și alcătuirea de probleme care conduc la efectuarea operațiilor studiate.

Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural; pătrate perfecte

Pătratul și cubul unui număr natural. Compararea și ordonarea puterilor; reguli de comparare a puterilor

Ordinea efectuării operațiilor.

2. Numere raționale

Fracție; reprezentarea fracțiilor. Frații echiunitare, subunitare, supraunitare

Frații egale. Reprezentări echivalente ale fracțiilor. Amplificarea și simplificarea fracțiilor.

Șir de fracții egale; număr rațional pozitiv. Aducerea fracțiilor la un numitor comun.

Adunarea și scăderea numerelor raționale pozitive. Compararea fracțiilor

Aflarea unei fracții dintr-un număr. Scrierea fracțiilor cu numitori puteri ale lui 10 sub formă zecimală

Compararea, ordonarea, reprezentarea numerelor raționale scrise sub formă zecimală. Rotunjiri

Adunarea și scăderea numerelor care au un număr finit de zecimale nenule

Înmulțirea numerelor care au un număr finit de zecimale nenule (înmulțirea cu 10^n , $n \in \mathbf{N}$; înmulțirea cu un număr natural; înmulțirea a două numere scrise cu virgulă)

Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr care are un număr finit de zecimale nenule

Împărțirea numerelor naturale cu rezultat număr zecimal.

Împărțirea numerelor care au un număr finit de zecimale nenule la 10^n ($n \in \mathbf{N}$) sau la un număr natural, sau la un număr zecimal. Ordinea efectuării operațiilor cu numere zecimale.

Rezolvarea și alcătuirea de probleme care presupun operațiile învățate

3. Elemente de geometrie și unități de măsură (vezi programa de desen de forme)

Desen geometric cu mâna liberă - Construcție și descriere.

Figuri echivalente. Exemple simple prin decupări și reasamblări. Teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic isoscel, explicații cu ajutorul figurilor echivalente.

Unități de măsură pentru lungime, suprafață, volum, capacitate, masa, timp; transformări.

CLASA a VI-a

OBIECTIVE DE REFERINȚĂ ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

1. Cunoașterea și înțelegerea conceptelor, a terminologiei și a procedurilor de calcul specifice matematicii

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VI-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VI-a, se recomandă următoarele activități:</i>
1.1	să scrie, să citească, să compare numere raționale pozitive	- exerciții de comparare și ordonare a numerelor naturale sau raționale pozitive; - exerciții de scriere și citire a unui număr rațional pozitiv (reprezentat printr-o fracție ordinară sau zecimală); transformări;
1.2	să efectueze calcule cu numere raționale pozitive	- utilizarea proprietăților operațiilor în calcule conținând adunări, scăderi, înmulțiri, împărțiri și ridicări la putere;
1.3	să aproximeze numere raționale pozitive, pentru a verifica validitatea unor calcule	- exerciții de aproximare a numerelor fracționare la numere naturale sau zecimale; exerciții de aproximare a numerelor zecimale la numere zecimale cu un număr mai mic de cifre zecimale semnificative, sau la numere naturale;
1.4	să utilizeze elemente de limbaj matematic pentru a exprima validitatea unor enunțuri.	- exerciții de estimare a rezultatului unui calcul, folosind estimarea termenilor (factorilor); - exemple și exerciții de utilizare a termenilor: ipoteză, concluzie, demonstrație, axiomă, teoremă; - exerciții de identificare a numerelor divizibile cu 2,3,5,10 dintr-o mulțime de numere întregi; - exerciții de calcul al c.m.m.d.c. și al c.m.m.m.c.; - verificarea corectitudinii unor calcule, folosind: ultima cifră, criteriul de divizibilitate etc.;
1.5	să utilizeze ecuații de tipul $x \pm a = b$; $x \cdot a = b$; $x : a = b$ ($a \neq 0$) unde a și b sunt numere raționale pozitive, pentru a rezolva probleme	- exerciții ce folosesc proprietățile relației de divizibilitate; - exerciții de identificare a numerelor prime și a perechilor de numere prime între ele; - exerciții de rezolvare a unor ecuații și inecuații; - rezolvarea unor ecuații care presupun aflarea termenului necunoscut al unei proporții; - exerciții de transformare a unui raport dat în raport procentual; - rezolvarea unor probleme cu ajutorul acestor tipuri de ecuații și inecuații; rezolvarea unor probleme ce presupun împărțirea unui număr în părți direct (invers) proporționale cu mai multe numere date sau folosirea regulii de trei simplă;

- 1.6 să recunoască și să utilizeze proprietăți simple ale figurilor geometrice; să deseneze reprezentarea plană a unor corpuri geometrice cunoscute.
- exerciții de identificare, denumire și reprezentare a figurilor geometrice; exerciții de desenare a unor figuri geometrice prezentate prin descriere, notații sau imagine;
 - exerciții de identificare a figurilor plane pe corpuri geometrice (vârfuri, muchii, fețe etc.) sau pe desfășurări ale acestora;
 - exerciții de reprezentare prin desen a unor elemente ale figurilor geometrice (mijlocul unui segment, bisectoarea unui unghi, bisectoarea, mediana, mediatoarea și înălțimea în triunghi); utilizarea lor în probleme;
 - exerciții de stabilire a naturii unor figuri geometrice dintr-o configurație plană sau spațială, pe baza unor proprietăți precizate; rezolvarea de probleme ce utilizează aceste proprietăți;
 - exerciții de stabilire a congruenței unor triunghiuri, pe baza criteriilor de congruență; rezolvarea de probleme folosind metoda triunghiurilor congruente;
 - rezolvarea de probleme folosind criteriile de paralelism;
- 1.7 să recunoască perechi de figuri obținute prin simetrie, translație sau rotație și să identifice proprietăți ale acestora
- verificarea intuitivă a congruenței unor figuri prin suprapuneri sau folosind translații, rotații și simetrii;
 - folosirea proprietăților de simetrie ale figurilor (triunghi isoscel, triunghi echilateral, paralelogram) în rezolvarea de probleme;
- 1.8 să măsoare lungimi și unghiuri și să estimeze perimetre și distanțe ale unor figuri și corpuri geometrice
- exerciții de folosire a instrumentelor de măsură (riglă gradată, raportor);
 - exerciții de estimare a unor măsuri, în cazurile: estimare directă; măsuri rezultate din calcul, prin estimarea măsurilor componente;
 - exerciții de estimare: a unor distanțe și lungimi de segmente; a măsurii unor unghiuri;
- 1.9 să înregistreze, să prelucreze și să prezinte date sub formă de tabele și diagrame statistice; să calculeze probabilitatea unor evenimente aleatoare egal probabile
- clasificarea unor obiecte după anumite criterii, date sau alese;
 - reprezentarea datelor prin grafice cu bare și grafice circulare;
 - studiul unor evenimente aleatoare într-un câmp finit de evenimente elementare egal probabile: realizarea unui experiment, înregistrarea și interpretarea datelor, calculul frecvenței, calculul probabilității de realizare utilizând raportul: nr. cazuri favorabile/nr. cazuri posibile.

2. Dezvoltarea capacităților de explorare/investigare și rezolvare de probleme

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VI-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VI-a, se recomandă următoarele activități:</i>
2.1	să exploreze modalități de descompunere a numerelor raționale pozitive, folosind operațiile studiate	- exerciții de scriere a unui număr ca o sumă, diferență, produs, cât, putere de două sau mai multe numere, în cât mai multe moduri diferite; - descompunerea numerelor, respectând criteriile suplimentare date; cazuri speciale de descompunere: descompunerea în produs de puteri de numere prime; descompunerea în baza 10; „proba împărțirii” (teorema împărțirii cu rest); - utilizarea descompunerilor pentru a calcula rapid;
2.2	să investigheze valoarea de adevăr ¹ a unei afirmații, prin construirea unor exemple sau contraexemple	- identificarea unor consecințe posibile ce decurg dintr-un set de ipoteze; întrebări deschise de tipul: „Ce s-ar întâmpla dacă modificăm ipoteza?” (situația descrisă putând fi una din cotidian, o situație matematică, un experiment etc); - exerciții de verificare a validității unor afirmații, pe cazuri particulare;
2.3	să descopere, să recunoască, să completeze succesiuni de numere asociate după reguli date sau deduse prin observare și comparare	- exerciții de completare a unor șiruri de numere, întocmite după o regulă aditivă, multiplicativă etc.; identificarea regulii de formare a șirului și exprimarea ei printr-o formulă; alcătuirea unor șiruri, pornind de la o regulă dată; inventarea unor reguli de alcătuire a șirurilor;
2.4	să analizeze veridicitatea unor rezultate obținute prin măsurare sau prin calcul	- verificarea rezultatului unui calcul, folosind modalități diferite de rezolvare; folosirea estimărilor, a măsurătorilor, a comparațiilor;
2.5	să construiască probleme, pornind de la un model dat.	- analiza datelor unei probleme pentru verificarea noncontradicției, suficienței, redundanței și eliminarea informațiilor neesențiale; - formulări de probleme, pornind de la un model dat; - compararea unor probleme create pornind de la același element de sprijin.

3. Dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VI-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VI-a, se recomandă următoarele activități:</i>
3.1	să diferențieze informațiile dintr-un enunț matematic după natura lor	- identificarea ipotezei și a concluziei unei probleme; - notarea prescurtată a ipotezei și a concluziei; - sesizarea elementelor relevante dintr-un desen (diagramă, figură geometrică etc.);

¹ Fără a folosi termenul “valoare de adevăr”.

- | | | |
|-----|--|---|
| 3.2 | să prezinte într-o manieră clară, corectă și concisă, oral sau în scris, succesiunea operațiilor din rezolvarea unei probleme, folosind terminologia și notațiile adecvate | - redactarea rezolvării unei probleme date;
- argumentarea orală a demersului de rezolvare a unei probleme; |
| 3.3 | să discute corectitudinea unui demers matematic, argumentându-și opiniile | - discutarea în grup a metodei de rezolvare a unei probleme;
- găsirea, în grup, a unor metode alternative de rezolvare. |

4. Dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul și aplicarea matematicii în contexte variate

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VI-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VI-a, se recomandă următoarele activități:</i>
4.1	să-și formeze obișnuința de a transpune în limbaj matematic anumite fenomene sau relații din viața cotidiană	- activitate-proiect: concepte și metode matematice necesare într-un anumit domeniu practic de activitate; - abordarea unor situații-problemă și transpunerea acestora din limbaj curent în limbaj matematic;
4.2	să manifeste perseverență în rezolvarea unei probleme; să propună soluții sau metode alternative de rezolvare	- utilizarea unor metode variate în rezolvarea unei probleme.

CONȚINUTURI

ALGEBRĂ

1. Numere naturale

Divizor, multiplu. Criteriile de divizibilitate cu 10, 2, 5, 3

Proprietăți ale relației de divizibilitate în \mathbb{N}

Numere prime și numere compuse

Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime

Divizori comuni a două sau mai multor numere naturale; c.m.m.d.c. Numere prime între ele

Multipli comuni a două sau mai multor numere naturale; c.m.m.m.c.

2. Operații cu numere raționale pozitive

Forme de scriere a unui număr rațional. Reprezentări.

Adunarea, scăderea, înmulțirea, împărțirea numerelor raționale pozitive

Ordinea efectuării operațiilor. Ecuații simple (fara metoda balantei).

3. Rapoarte și proporții

Rapoarte. Proporții; proprietatea fundamentală a proporțiilor, aflarea unui termen necunoscut

Procente. Elemente de aritmetică comercială: dobândă simplă, profit, pierdere, schimburi valutare, devalorizare, TVA, formula pentru capital.

Mărimi direct proporționale. Regula de trei simplă

Mărimi invers proporționale. Regula de trei simplă

Reprezentarea datelor prin pictograme și diagrame-bloc

4. Elemente de calcul algebric

Adunarea numerelor naturale. Simboluri generale ale numerelor. Sume algebrice. Înmulțirea. Ridicarea la putere. Înmulțirea unei sume algebrice cu un număr natural. Scoaterea factorului comun. Înmulțirea unei sume algebrice cu un monom. Scoaterea factorului comun. Înmulțirea a două sume algebrice. Formule binomiale (pentru ridicare la patrat și respectiv ridicare la cub).

GEOMETRIE

Noțiuni fundamentale și construcții geometrice elementare.

Segment, mijloc, mediatoare, semidreaptă, lungime. Construcția unui unghi congruent cu un unghi dat. Unghi, clasificare, bisectoare, măsuri. Unghiuri opuse la vârf. Axioma paralelelor. Unghiuri formate de două paralele cu o secantă. Poziții relative ale dreptelor. Perpendicularitate și paralelism. Translații.

Poligoane regulate și poligoane stelate - construcție, clasificare, proprietăți.

Hexagon regulat. Forme recurente ale hexagonului regulat. Poligon stelat cu 6 vârfuri. Parchetări hexagonale. Pătrat. Forme recurente. Octogon regulat. Dodecagon regulat. Pentagon regulat. Decagon regulat. Poligoanele stelate asociate.

Triunghiul - construcție, clasificare, proprietăți, linii importante.

Construcția triunghiului echilateral. Corpuri construite cu ajutorul triunghiului echilateral: Tetraedrul regulat, octaedrul regulat, icosaedrul regulat desfășurare și confecționare. Elemente de cristalografie.

Construcția triunghiului dreptunghic isoscel. Construcția triunghiului isoscel.

Construcții: L.L.L., L.U.L., U.L.U. Linii importante în triunghi.

Suma unghiurilor în triunghi. Unghi exterior triunghiului.

Triunghi echilateral; isoscel; scalen. Axe de simetrie.

Triunghi dreptunghic: elemente, înscriere în semicerc, mediana pe ipotenuză, cateta opusă unghiului de 30° .

CLASA a VII-a

OBIECTIVE DE REFERINȚĂ ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

1. Cunoașterea și înțelegerea conceptelor, a terminologiei și a procedurilor de calcul specifice matematicii

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VII-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VII-a, se recomandă următoarele activități:</i>
1.1	să scrie, să citească, să compare și să reprezinte pe axă numere rationale	<ul style="list-style-type: none">- exerciții de comparare și ordonare a numerelor rationale;- scrierea unui număr rațional în forme echivalente, prin: amplificare și simplificare; transformarea din fracție ordinară în fracție zecimală și invers; scrierea unui număr ca radical din pătratul său;- exerciții de reprezentare a numerelor raționale pe axă, recurând, acolo unde este cazul, la aproximări;- exerciții de poziționare a unor numere rationale între doi întregi consecutivi;- exerciții de recunoaștere a numerelor naturale, întregi sau raționale, dintr-o mulțime de numere dată;- exerciții de determinare a naturii unui număr zecimal rațional fiind dată o regulă de succesiune a zecimalelor (ex: 0,101001000100001...);
1.2	să efectueze calcule cu numere rationale, utilizând proprietățile operațiilor	<ul style="list-style-type: none">- exerciții de calcul cu numere de forma $a\sqrt{b}$ (introducerea factorilor sub radical, scoaterea factorilor de sub radical, înmulțire, ridicare la putere, împărțire, adunare și scădere); amplificare (pentru raționalizarea numitorului) și simplificare de rapoarte de numere reale; folosirea în calcule numerice a formulelor de calcul prescurtat;- exerciții de anticipare a naturii unui număr rezultat dintr-un șir de operații;- evidențierea legăturii dintre o putere cu exponent negativ și inversul unui număr;- exerciții semnificative, care să scoată în evidență avantajele folosirii proprietăților operațiilor cu numere raționale;
1.3	să aproximeze numere rationale, pentru a verifica validitatea unor calcule	<ul style="list-style-type: none">- exerciții de evaluare a rezultatelor unor adunări, scăderi, înmulțiri, ridicări la putere, împărțiri, extrageri de rădăcină pătrată, înainte de efectuarea calculului;- calcule folosind atât calculatorul (de buzunar, PC etc), cât și algoritmi învățați, punând sistematic în evidență eroarea datorată rotunjirilor;- exerciții de aproximare a soluției unui sistem, folosind reprezentarea grafică;

- 1.4 să utilizeze elemente de limbaj matematic pentru a stabili validitatea unor enunțuri
- exerciții de identificare a ipotezei și a concluziei într-un enunț matematic; punerea în evidență a rolului diferit al ipotezei și al concluziei;
 - analiza unor enunțuri ce folosesc operatori logici; formularea unor astfel de enunțuri;
 - construirea unor exemple de mulțimi finite și de mulțimi infinite (de exemplu: mulțimea divizorilor naturali ai unui număr natural; mulțimea multiplilor naturali ai unui număr natural);
 - analiza unor exemple de mulțimi întâlnite în studiul altor discipline;
 - scrierea mulțimii divizorilor întregi ai unui număr întreg; compararea cu mulțimea divizorilor naturali;
 - scrierea mulțimii multiplilor întregi ai unui număr întreg; compararea cu mulțimea multiplilor naturali;
- 1.5 să identifice elementele unor dependențe funcționale și să utilizeze reprezentări ale acestora
- analiza unor exemple de dependențe funcționale întâlnite în studiul altor discipline; construcția unor exemple de dependențe funcționale; exerciții de scriere a formulei care definește o dependență funcțională definită pe o mulțime finită (în cazul unor formule simple);
- 1.6 să utilizeze elemente de calcul algebric pentru simplificarea unor formule de calcul
- exerciții de aplicare a formulelor pentru calculul mediilor aritmetică și geometrică, al ariilor; interpretarea geometrică a mediilor; rezolvarea unor probleme în care apar medii; exerciții de comparare a mediilor aritmetică și geometrică a două numere (pe exemple concrete; eventual: demonstrație algebrică; demonstrație geometrică);
 - exersarea operațiilor cu numere reale reprezentate prin litere (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere cu exponent întreg);
 - aducerea la o formă mai simplă a unor numere în a căror scriere intervin fracții, paranteze, radicali etc.;
 - exerciții de descompunere a numerelor reale reprezentate prin litere: în sumă sau diferență; în factori, folosind diferite metode; restrângeri în pătrate de sume;
 - studiul unor ecuații de forma $ax+by+c=0$, $a,b,c \in \mathbf{R}$, prin: identificarea a două sau mai multe perechi de numere care verifică ecuația; reprezentarea punctelor corespunzătoare, într-un sistem de axe ortogonale; observarea coliniarității acestor puncte;
 - reprezentarea grafică a dreptei soluțiilor unei ecuații de forma $ax+by+c=0$, (cu $a, b, c \in \mathbf{R}$, nu toate nule), pornind de la două puncte ale acesteia;
 - rezolvarea unor sisteme de două ecuații cu două necunoscute, folosind: metoda grafică; metoda reducerii; metoda substituției;

1.7 să utilizeze proprietăți calitative și metrice ale figurilor geometrice² în rezolvarea unor probleme

- rezolvarea unor inecuații de forma $ax+b < 0$ ($>$, \leq , \geq), $a, b \in \mathbf{R}$, punând sistematic în evidență legătura dintre inecuație, soluția sa și reprezentarea pe axă a acestei mulțimi de numere (sub forma unei semidrepte);
- rezolvarea unor probleme cu ajutorul ecuațiilor;
- utilizarea metodelor aritmetică și algebrică pentru rezolvarea aceleiași probleme; compararea rezolvărilor;
- probleme care se pot rezolva cu ajutorul sistemelor de ecuații;
- calculul unor lungimi de segmente, utilizând teorema lui Thales, asemănarea triunghiurilor și relațiile metrice în triunghiul dreptunghic (teorema înălțimii, teorema catetei, teorema lui Pitagora) și \sin , \cos , tg , ctg ; rezolvarea unor probleme cu conținut practic;
- calculul lungimilor unor arce de cerc și cercuri, utilizând formule și regula de trei simplă;
 - calculul unor măsuri de unghiuri și arce de cerc, utilizând proprietățile figurilor (suma măsurilor unghiurilor unui triunghi sau patrulater; unghi la centru; unghi înscris în cerc; triunghi și patrulater înscris în cerc) și \sin , \cos , tg , ctg ;
 - construirea unor grafice circulare, care să reprezinte ponderea procentuală a părților unui întreg (de exemplu: procentele reprezentate de elevii de diferite vârste, în cadrul mulțimii elevilor unei școli);
 - calcul de arii, folosind decupări, descompuneri, pavaje, rețele, formule, raportul ariilor a două triunghiuri asemenea; construirea unor pavaje, pornind de la o anumită figură geometrică sau de la o altă condiție dată;
 - calcul de laturi, apoteme, arii în poligoane regulate (triunghi, pătrat, hexagon regulat);
 - calcul de arii laterale și totale ale unor poliedre (paralelipiped dreptunghic, cub, prismă triunghiulară regulată, prismă patrulateră regulată, piramidă triunghiulară regulată, piramidă patrulateră regulată), pe desfășurări date;
 - calculul \sin , \cos , tg , ctg pentru unghiurile ascuțite ale unui triunghi dreptunghic; întocmirea tabelului pentru unghiurile de 30° , 45° și 60° ; rezolvarea unor triunghiuri dreptunghice, isoscele sau cu un unghi de 30° , folosind acest tabel;

² Se vor utiliza figuri geometrice situate într-un plan de referință dat sau pe fețele unor corpuri geometrice.

- 1.8 să utilizeze simetria, translația, rotația localizări și poziții relative în rezolvarea de probleme
- exerciții de identificare a coordonatelor unui punct într-un sistem de axe ortogonale,
 - exerciții de reprezentare a unui punct într-un sistem de axe ortogonale, cunoscând coordonatele;
 - construcția imaginii unei figuri prin translație, rotație, simetrie (intuitiv, fără a defini transformările ca funcții);
 - folosirea rețelelor de pătrate pentru a recunoaște imaginea unei figuri prin una din transformările de mai sus;
 - justificarea proprietăților unor configurații geometrice, pe baza simetriei;
 - analiza și construcția unor figuri cu simetrie axială sau centrală;
 - identificarea axei (centrului) de simetrie al unei figuri (intuitiv sau/și prin demonstrație);
 - analiza unor configurații în care intervin puncte, drepte, cercuri etc.
- 1.9 să determine, folosind metode adecvate (măsurare și/sau calcul), lungimi de segmente, măsuri de unghiuri și arii; să estimeze lungimi, măsuri de unghiuri și arii
- construirea unei figuri aflate într-o anumită poziție relativ la o altă figură dată;
 - probleme în care intervin operații cu măsuri și transformări de unități de măsură;
 - exerciții de alegere a celei mai potrivite unități de măsură, pentru un anumit context dat;
 - exerciții de estimare a unor măsuri: dimensiuni direct măsurabile; măsuri rezultate din calcul, prin estimarea măsurilor componente;
 - exerciții de măsurare a unghiurilor cu ajutorul raportorului;
 - calculul mediei aritmetice a mai multor măsurători ale aceleiași mărimi;
 - determinarea practică a unei aproximări a numărului π ;
- 1.10 să utilizeze elemente de organizare a datelor
- analiza unor criterii de sortare a elementelor unei mulțimi: criterii care împart mulțimea în clase; criterii care determină submulțimi nedisjuncte (fără a folosi această terminologie);
 - discuții privind alegerea celei mai potrivite forme de reprezentare;
 - reprezentarea unor date în tabele cu una și două intrări; reperarea unei informații dintr-un tabel sau listă; interpretarea unei informații extrase dintr-un tabel (listă);
 - exerciții de transpunere a unei relații dintr-o formă de descriere în alta (text, formulă, diagramă);
 - construirea unor diagrame; interpretarea unor diagrame;
 - analiza unor seturi de date pentru a determina un mod mai potrivit de reprezentare grafică;
 - reprezentări prin grafice circulare și grafice cu bare;
 - analiza unor exemple de evenimente

întâmplătoare din domenii diferite ale matematicii (divizibilitate, geometrie etc);
- calculul probabilității unor evenimente.

2. Dezvoltarea capacităților de explorare/investigare și rezolvare de probleme

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VII-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VII-a, se recomandă următoarele activități:</i>
2.1	să exploreze modalități de descompunere a numerelor, folosind operațiile studiate și să identifice modalități eficiente de organizare a unui calcul	- exerciții de scriere a unui număr real ca: sumă, produs, diferență, cât, putere de două sau mai multe numere reale; - compararea unor modalități diferite de a organiza efectuarea unui calcul;
2.2	să formuleze cât mai multe consecințe posibile, care decurg dintr-un set de ipoteze date; să construiască generalizări și să investigheze valoarea de adevăr a unor enunțuri	- identificarea unor consecințe posibile ce decurg dintr-un set de ipoteze; întrebări deschise de tipul: „Ce s-ar întâmpla dacă modificăm ipoteza?” (situația descrisă putând fi una din cotidian, o situație matematică, un experiment etc); - exerciții de verificare a validității unor afirmații, pe cazuri particulare sau prin construirea unor exemple și contra-exemple; - formularea unor enunțuri generale, pornind de la unul sau mai multe enunțuri de același tip; verificarea validității enunțurilor formulate; elaborarea unei argumentații (demonstrații) în sprijinul afirmațiilor formulate;
2.3	să identifice reguli de formare a unor șiruri de numere	- exerciții de completare a unor șiruri de numere, întocmite după o regulă aditivă, multiplicativă, de tipul $a_n = a/n$ etc.; identificarea regulii de formare a unui șir de numere și exprimarea ei (în cuvinte sau printr-o formulă, desen etc.); alcătuirea unor șiruri, pornind de la o regulă dată; inventarea unor reguli de alcătuire a șirurilor;
2.4	să selecteze, în mulțimea datelor de care dispune, informații relevante pentru rezolvarea unei probleme	- analiza datelor problemei pentru verificarea noncontradicției, suficienței, redundanței și eliminarea informațiilor neesențiale;
2.5	să construiască probleme, pornind de la un model (grafic sau formulă)	- formulări de probleme, pornind de la o schemă, grafic, formulă; - compararea unor probleme create pornind de la același element de sprijin.

3. Dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VII-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VII-a, se recomandă următoarele activități:</i>
3.1	să identifice și să diferențieze etapele unui raționament matematic, prezentat în diverse forme	- identificarea ipotezei și a concluziei unei probleme; - sesizarea greșelilor dintr-o succesiune de argumente;

- | | | |
|-----|--|--|
| 3.2 | să prezinte în mod coerent soluția unei probleme, utilizând modalități variate de exprimare (cuvinte, simboluri matematice, diagrame, tabele, construcții din diverse materiale) | - redactarea rezolvării unei probleme date;
- argumentarea orală a demersului de rezolvare a unei probleme; |
| 3.3 | să argumenteze logic în cadrul unui grup, idei și metode matematice, să utilizeze diferite surse de informație în verificarea și susținerea opiniilor | - discutarea în grup a metodei de rezolvare a unei probleme;
- găsirea, în grup, a unor metode alternative de rezolvare;
- elaborarea în grup a unor referate sau proiecte pe o temă dată. |

4. Dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul și aplicarea matematicii în contexte variate

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VII-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VII-a, se recomandă următoarele activități:</i>
4.1	să manifeste perseverență și interes pentru găsirea de soluții noi în rezolvarea unei probleme	- abordarea unor situații-problemă; - utilizarea unor metode variate în rezolvarea problemelor;
*4.2	să manifeste interes pentru folosirea tehnologiilor informației în studiul matematicii	- utilizarea unor soft-uri pentru învățarea matematicii; explorarea Internet-ului.

CONȚINUTURI

ALGEBRĂ

1. Numere întregi

Număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; opus; valoare absolută

Compararea și ordonarea numerelor întregi.

Reprezentarea unui punct cu coordonate întregi într-un sistem de axe ortogonale

Adunarea și scăderea numerelor întregi. Înmulțirea numerelor întregi. Multiplii unui număr întreg

Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului

Divizorii unui număr întreg. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural

Reguli de calcul cu puteri. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor

Divizibilitate în \mathbb{Z} : divizor, multiplu; ecuații; inecuații.

2. Numere raționale

Reprezentarea pe axă a numerelor raționale, opusul unui număr rațional; valoarea absolută a unui număr rațional (modulul). Scrierea numerelor raționale sub formă zecimală sau fracționară

Adunarea și scăderea numerelor raționale, proprietăți

Compararea numerelor raționale. Înmulțirea numerelor raționale, proprietăți; ordinea efectuării operațiilor

Împărțirea numerelor raționale; ordinea efectuării operațiilor

Puterea unui număr rațional cu exponent număr întreg. Reguli de calcul cu puteri

Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor

Rezolvarea în \mathbb{Q} a ecuațiilor de forma $ax+b=0$, cu $a \in \mathbb{Q}^*$, $b \in \mathbb{Q}$

Probleme care pot fi rezolvate cu ajutorul ecuațiilor

Rapoarte; proporții; proporții derivate; procente; raport procentual; șir de rapoarte egale

Media aritmetică și media aritmetică ponderată.

3. Numere reale

Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect.

Aproximarea rădăcinii pătrate a unui număr rațional pozitiv;

Reguli de calcul: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$; $\sqrt{a} / \sqrt{b} = \sqrt{a/b}$, $a > 0$, $b > 0$. Introducerea factorilor sub radical. Scoaterea factorilor de sub radical. Media geometrică.

4. Calcul algebric

Calcul cu numere reale reprezentate prin litere: adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere cu exponent întreg; reguli de calcul cu puteri

Formule de calcul prescurtat:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; (a-b)(a+b) = a^2 - b^2;$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc, \text{ unde } a, b, c \in \mathbf{R}$$

Descompuneri în factori, utilizând regulile de calcul în \mathbf{R} .

Rezolvarea ecuației de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbf{Q}$. Aplicații numerice.

5. Elemente de aritmetică comercială și de organizare a datelor

Dobanda compusă. Noțiuni de contabilitate simplă. Ținerea evidenței unui registru de calcul.

Reprezentarea prin tabele și diagrame a unor dependențe funcționale.

6. Ecuații și sisteme

Ecuații de forma $ax+b=0$, $a, b \in \mathbf{R}$; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente; rezolvarea ecuațiilor. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat în rezolvarea unor ecuații reductibile la ecuații de această formă.

Inecuații de forma $ax+b > 0$, ($<$, \leq , \geq), $a, b \in \mathbf{R}$. Scrierea mulțimii soluțiilor.

Ecuații de forma $ax+by+c=0$, $a, b, c \in \mathbf{R}$.

Sisteme de două ecuații cu două necunoscute, de forma:
$$\begin{cases} a_1x + b_1 = c_1 \\ a_2x + b_2 = c_2 \end{cases}$$
; rezolvare prin metoda reducerii și

prin metoda substituției. Rezolvarea unor probleme simple cu conținut practic, cu ajutorul ecuațiilor, inecuațiilor și al sistemelor de ecuații.

GEOMETRIE

Congruență și asemănare

Criteriile de congruență a triunghiurilor. Congruența triunghiurilor dreptunghice.

Concurența liniilor importante în triunghi. Asemănarea triunghiurilor; cazurile de asemănare.

Teorema fundamentală a asemănării. Teorema lui Thales pentru triunghi și generalizarea la trapez.

Reciproca teoremei lui Thales. Asemănare centrică. Centru de asemănare. Raport de asemănare.

Proiecția unui patrulater, hexagon, cerc prin asemănare centrică. Figuri central-simetrice.

Triunghiul dreptunghic

Teorema catetei. Teorema înălțimii. Teorema lui Pitagora (demonstrată cu teorema catetei). Reciproca teoremei lui Pitagora. Rapoarte trigonometrice și întocmirea tabelului pentru unghiurile 30° , 45° , 60° .

Rezolvarea triunghiului dreptunghic.

Patrulatere - construcție, proprietăți, axe de simetrie.

Pătratul. Corpuri regulate construite cu ajutorul pătratului: Octaedrul regulat, cubul - desfășurare și confecționare. Elemente de cristalografie.

Dreptunghiul. Paralelogramul. Rombul. Trapezul. Trapezul isoscel. Trapezul dreptunghic. Linie mijlocie în triunghi și trapez. Deltoidul (patrulaterul zmeu). Patrulater convex; patrulater concav. Suma unghiurilor în patrulater. Relații între patrulatere.

Cercul

Elemente în cerc: centru, rază, coardă, diametru, arc, disc.

Pozițiile relative dreaptă-cerc și cerc-cerc. Proprietăți ale coardelor, arcelor și tangentelor.

Unghi la centru, măsura arcelor, unghi înscris în cerc. Cercul înscris și cercul circumscris unui triunghi.

Patrulater înscris și circumscris unui cerc. Proprietăți. Poligoane regulate înscrise și circumscrise unui cerc.

Cazuri particulare: triunghi echilateral, pătrat și hexagon regulat (latură, perimetru, R , r , apotemă, arie).

Dodecaedrul - relații între corpurile platonice. Elemente de cristalografie.

Lungimea cercului și aria discului. Lungimea arcului de cerc și aria sectorului de disc.

Calcul de lungimi și arii (metoda transformărilor izoedrice)

Determinarea ariilor pe hârtie milimetrică. Unități de măsură pentru arii și transformări.

Formule elementare de arie pentru dreptunghi, pătrat, paralelogram, triunghi dreptunghic, triunghi oarecare, romb, trapez, deltoid. Construcții de dreptunghiuri cu arii egale. Paralelogramul ajutător.

Transformări izoedrice: forfecarea. Forfecarea dreptunghiului și a paralelogramului.

Transformarea unui dreptunghi dat într-un paralelogram cu aceeași arie prin forfecări succesive. Forfecarea triunghiului. Transformarea unui patrulater într-un triunghi izoedric. Transformarea unui poligon într-un triunghi izoedric. Forfecarea pătratului, hexagonului regulat, octogonului regulat stelat și a cercului.

Teorema lui Pitagora - variante de demonstrație: cu ajutorul ariilor, metoda lui Euclid, metoda lui Leonardo, bazată pe teoria proporțiilor, prin decupare-reasamblare, folosind translațiile și rotațiile.

Înălțimea în triunghiul dreptunghic ($h = c_1 \cdot c_2 / ip$).

Probleme de calcul a ariei perimetrului și distanțelor în figurile studiate.

CLASA a VIII-a

OBIECTIVE DE REFERINȚĂ ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

1. Cunoașterea și înțelegerea conceptelor, a terminologiei și a procedurilor de calcul specifice matematicii

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VIII-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VIII-a, se recomandă următoarele activități:</i>
1.1	să înțeleagă noțiunea de număr real și relațiile dintre mulțimile de numere studiate	<ul style="list-style-type: none">- exerciții de comparare și de ordonare a numerelor reale, folosind axa numerelor, valoarea absolută a unui număr real, sau utilizând alte metode;- scrierea unui număr rațional în forme echivalente, prin: amplificare și simplificare; transformarea din fracție ordinară în fracție zecimală și invers; scrierea unui număr pozitiv ca radical din pătratul său;- scrierea unor numere iraționale în forme echivalente, utilizând introducerea și scoaterea unor factori de sub radical;- exerciții de reprezentare a numerelor pe axă, recurgând, acolo unde este cazul, la aproximări sau folosind relații metrice în triunghiul dreptunghic;- exerciții de poziționare a unor numere din $\mathbf{R/Z}$ între doi întregi consecutivi;- exerciții de recunoaștere a numerelor naturale, întregi, sau raționale, dintr-o mulțime de numere dată;- exerciții de determinare a naturii unui număr zecimal (rațional sau irațional), fiind dată o regulă de succesiune a zecimalelor (ex: 0,101001000100001...);- exerciții de recunoaștere a unor numere iraționale dintr-o mulțime de numere date;- exerciții de folosire a terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers, parte întreagă, parte zecimală), pe cât mai multe exemple, punând în evidență: (1) faptul că: modulul unui număr real este întotdeauna un număr pozitiv; numerele opuse au semne contrare; (2) ce fel de numere sunt partea întreagă, respectiv partea zecimală a unui număr real; (3) scrierea unui număr real ca sumă dintre partea sa întreagă și cea zecimală;
1.2	să înțeleagă semnificația și proprietățile operațiilor cu numere reale și să le aplice în calcule variate	<ul style="list-style-type: none">- exerciții de calcul (adunări, scăderi, înmulțiri și împărțiri, ridicări la putere cu exponent număr întreg) cu numere reale; exerciții de anticipare a naturii unui număr rezultat dintr-un șir de operații;- exerciții de extragere a rădăcinii pătrate din numere raționale pozitive;

- exerciții semnificative, care să scoată în evidență avantajele folosirii proprietăților operațiilor cu numere reale;
 - exerciții de extragere a rădăcinii pătrate din numere raționale pozitive;
 - exerciții de calcul cu radicali (introducerea factorilor sub radical, scoaterea factorilor de sub radical, înmulțire, ridicare la putere, împărțire, adunare, scădere); amplificare (pentru raționalizarea numitorului) și simplificare de rapoarte de numere reale;
 - exerciții de calcul, urmărind respectarea semnificației parantezelor și a ordinii efectuării operațiilor în mulțimea numerelor reale;
 - exerciții de așezare a parantezelor pentru a obține un rezultat dat;
 - exerciții de descompunere a unui număr real în: sumă, produs, diferență, cât, putere de două sau mai multe numere reale;
 - creare, analiză, rezolvare de probleme cu text care conduc la formule de tipul $a \pm b = x$; $a \pm b \pm c = x$; $a \cdot b = x$; $a : b = x$ (x necunoscut), în mulțimea numerelor raționale;
 - compararea unor modalități diferite de a organiza efectuarea unui calcul; folosirea formulelor de calcul prescurtat, inclusiv pentru calcule numerice;
 - utilizarea aproximărilor prin lipsă sau adaos pentru a compara numere întregi, raționale sau reale;
 - rotunjirea până la cea mai apropiată zece, sută etc., sau zecime, sutime, miime;
 - exerciții de evaluare a rezultatelor unor adunări, scăderi, înmulțiri, ridicări la putere, împărțiri, extrageri de rădăcină pătrată, înainte de efectuarea calculului;
 - calcule folosind atât calculatorul (de buzunar, PC etc), cât și algoritmi învățați, pentru a obține aproximări diferite ale rezultatului unui calcul; evidențierea erorii datorate rotunjirilor;
 - exerciții de aproximare a soluției unui sistem de două ecuații de forma $ax + by + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, folosind reprezentarea grafică;
 - exerciții de identificare a ipotezei și a concluziei într-un enunț matematic;
 - exerciții ce vizează punerea în evidență a rolului diferit al ipotezei și al concluziei într-un enunț matematic;
 - analiza unor enunțuri ce folosesc operatori logici: „și”, „sau”, „nu”, „implică”, „echivalent” și a termenilor „toți”, „cel mult”, „cel puțin”, „oricare”, „există”; formularea unor astfel de enunțuri;
 - exerciții de folosire a terminologiei aferente logicii matematice (ipoteză, concluzie, demonstrație, teoremă, axiomă, definiție, teoremă directă, teoremă reciprocă, implicație,
- 1.3 să aproximeze numere reale și soluții ale unor ecuații sau sisteme de ecuații, pentru a verifica validitatea unor calcule
- 1.4 să aplice în rezolvarea problemelor elemente de logică, precum și elemente de teoria mulțimilor

- exemplu, contraexemplu), în contexte variate (algebră/geometrie, scrisă oral, context cotidian/matematic etc.);
- exerciții de folosire a terminologiei aferente teoriei mulțimilor (mulțime, element, diagramă etc.), în contexte uzuale și matematice;
 - construirea unor exemple de mulțimi finite și de mulțimi infinite (de exemplu: mulțimea divizorilor naturali ai unui număr natural; mulțimea multiplilor naturali ai unui număr natural); analiza unor exemple de mulțimi întâlnite în studiul altor discipline;
 - exersarea operațiilor cu mulțimi (intersecție, reuniune, diferență, produs cartezian);
 - analiza unor exemple de mulțimi care să ilustreze relația de egalitate, respectiv de incluziune între mulțimi;
 - scrierea mulțimii divizorilor întregi ai unui număr întreg; compararea cu mulțimea divizorilor naturali;
 - scrierea mulțimii multiplilor întregi ai unui număr întreg; compararea cu mulțimea multiplilor naturali;
 - analiza unor exemple de dependențe funcționale întâlnite în studiul altor discipline; construcția unor exemple de dependențe funcționale; exerciții de scriere a formulei care definește o dependență funcțională definită pe o mulțime finită (în cazul unor formule simple);
 - analiza și construcția unor exemple care să ilustreze noțiunile de: funcție, diagramă, funcție definită pe o mulțime finită, funcție definită pe o mulțime infinită, grafic; aflarea mulțimii valorilor unei funcții pe o mulțime finită; analiza unor exemple de funcții întâlnite în științele naturii etc.;
 - exerciții de reprezentare a graficului unor funcții: (1) definite pe mulțimi finite, sau (2) definite pe \mathbf{R} cu valori în \mathbf{R} , $f(x)=ax+b$, $a, b \in \mathbf{R}$, într-un sistem de axe ortogonale; exerciții de determinare a unei funcții de forma: $f:\mathbf{R}\rightarrow\mathbf{R}$, $f(x)=ax+b$, al cărei grafic conține două puncte date; exerciții de investigare a coliniarității a două sau mai multe puncte, cunoscând coordonatele acestora;
 - exerciții de transcriere a unor situații problemă în limbaj matematic, înlocuind numerele necunoscute cu litere;
 - exerciții de aplicare a unor formule (pentru calculul mediilor aritmetică și geometrică, al ariilor, al volumelor; interpretarea geometrică a mediilor; rezolvarea unor probleme în care apar medii; exerciții de comparare a mediilor aritmetică și geometrică a două numere;
- 1.5 să identifice funcții de tipul $f: \mathbf{R}\rightarrow\mathbf{R}$, $f(x) = ax+b$ ($a, b \in \mathbf{R}$) și să le reprezinte grafic
- 1.6 să utilizeze elemente de calcul algebric pentru a rezolva ecuații și inecuații, precum și pentru a aplica formule de calcul; să localizeze puncte de coordonate întregi într-un sistem de axe ortogonale

1.7 să utilizeze proprietăți ale figurilor și corpurilor geometrice în probleme de demonstrație și de calcul

- exersarea operațiilor cu numere reale reprezentate prin litere (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere cu exponent întreg) utilizând proprietățile operațiilor și formule de calcul prescurtat; evidențierea greșelilor tipice; aducerea la o formă mai simplă a unor numere (în a căror scriere intervin fracții, paranteze, radicali etc.);
- exerciții de descompunere a unor numere reale reprezentate prin litere: (1) în sumă sau diferență; (2) în factori, folosind diferite metode; exerciții cu restrângeri în pătrate de sume;
- rezolvarea unor ecuații de forma $ax+b=0$, $a, b \in \mathbf{R}$ și reducibile la acestea;
- exerciții de reperare a unor puncte (poziții), utilizând diferite repere: tabla de șah, meridianele și paralelele; exerciții de reprezentare a unor puncte în cadrul reperelor descrise mai sus; exerciții de reprezentare a unui punct de coordonate întregi într-un sistem de axe ortogonale;
- exerciții de reprezentare grafică, prin puncte, a dreptei soluțiilor unei ecuații de forma $ax+by+c=0$, (cu $a, b, c \in \mathbf{R}$, nu toate nule): (1) identificarea a două sau mai multe perechi de numere care verifică ecuația; (2) reprezentarea punctelor corespunzătoare, într-un sistem de axe ortogonale și observarea coliniarității acestor puncte; (3) reprezentarea grafică a dreptei, pornind de la două puncte ale acesteia; (4) explicitarea mulțimii soluțiilor;
- rezolvarea unor sisteme de două ecuații de forma $ax+by+c=0$, $a, b, c \in \mathbf{R}$, folosind: metoda grafică; metoda reducerii; metoda substituției; rezolvarea unor sisteme de două ecuații cu două necunoscute, reduc-tibile la sisteme de forma precizată;
- rezolvarea unor inecuații de forma $ax+b < 0$, $ax+b > 0$, $ax+b \geq 0$, $ax+b \leq 0$, $a, b \in \mathbf{R}$, punând sistematic în evidență le-gătura dintre inecuație, soluția sa și reprezentarea pe axă a acestei mulțimi de numere (sub forma unei semidrepte), ca și legătura cu interpretarea grafică a funcției $f(x)=ax+b$; rezolvarea unor inecuații simple, reduc-tibile la acestea;
- rezolvarea unor probleme cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații studiate; utilizarea metodelor aritmetică și algebrică pentru rezolvarea aceleiași probleme; compararea rezolvărilor;
- exerciții de identificare, diferențiere și denumire a figurilor geometrice (triunghi, patrulater - pătrat, dreptunghi, paralelogram, trapez, romb – cerc, linie curbă, dreaptă, segment, semidreaptă, linie frântă, unghi, poligon) aparținând unei mulțimi de figuri;

1.8 să utilizeze localizarea figurilor geometrice în plan și în spațiu, precum și elemente de transformări geometrice

exemple de figuri geometrice pentru fiecare categorie; exerciții de reprezentare a figurilor geometrice prin desen, utilizând instrumente geometrice; exerciții de identificare a unor figuri plane pe corpuri geometrice sau pe desfășurări ale acestora;

- exerciții de identificare, diferențiere și denumire a corpurilor geometrice (cub, sferă, paralelipiped, piramidă, cilindru, con, trunchi de piramidă, trunchi de con) aparținând unei mulțimi de corpuri; analiza unor exemple de corpuri geometrice pentru fiecare categorie; exerciții de reprezentare în plan a corpurilor geometrice;

- exerciții de identificare a elementelor figurilor plane pe corpuri geometrice (vârfuri, unghiuri, muchii, fețe) sau pe desfășurări ale acestora;

- descrierea în cuvinte, verbal sau în scris, a unei configurații geometrice întâlnite într-o problemă de geometrie; formularea unei probleme, pornind de la o configurație dată;

- exerciții de clasificare și comparare a unor corpuri după criterii ca: numărul de muchii, fețe, vârfuri; forma fețelor;

- exerciții de aplicare a metodei triunghiurilor congruente și a metodei triunghiurilor asemenea;

- exerciții de identificare a coordonatelor unui punct într-un sistem de axe ortogonale; exerciții de reprezentare a unui punct într-un sistem de axe ortogonale, cunoscând coordonatele;

- construcția imaginii unei figuri prin translație, rotație, simetrie (intuitiv, fără a defini transformările ca funcții); folosirea rețelelor de pătrate pentru a recunoaște imaginea unei figuri printr-una dintre transformările de mai sus; justificarea proprietăților unor configurații geometrice, pe baza simetriei;

- analiza și construcția unor figuri cu simetrie axială sau centrală; identificarea axei (centrului) de simetrie al unei figuri;

- analiza unor configurații în care intervin puncte, drepte, cercuri etc.; construirea unei figuri aflate într-o anumită poziție relativ la o altă figură dată;

- analiza unor configurații spațiale, inclusiv a unor corpuri geometrice înscrise sau circumscrise;

- 1.9 să utilizeze în situații practice metode adecvate de calcul pentru lungimi, unghiuri, arii și volume, precum și transformări ale unităților de măsură
- rezolvarea unor probleme în care intervin operații cu măsuri, utilizând multiplii și submultiplii unităților principale din sistemul internațional de măsuri (pentru lungime, arie, volum, masă, timp); utilizarea transformărilor;
 - exerciții de alegere a celei mai potrivite unități de măsură, pentru un anumit context dat; exerciții de estimare a unor măsuri: dimensiuni direct măsurabile; măsuri rezultate din calcul sau din estimarea măsurilor componente;
 - măsurarea ariilor folosind rețele de pătrate; exerciții de măsurare a unghiurilor cu ajutorul raportorului; exerciții de citire și interpretare a rezultatului măsurării cu diverse aparate;
 - calculul mediei aritmetice a mai multor măsurători ale aceleiași mărimi;
 - exerciții de calcul a lungimilor unor segmente, utilizând: teorema lui Thales, asemănarea triunghiurilor și relațiile metrice în triunghiul dreptunghic; rezolvarea unor probleme cu conținut practic;
 - exerciții de calcul al lungimilor unor arce de cerc, utilizând formule sau regula de trei simplă,
 - exerciții de calcul al unor măsuri de unghiuri și arce de cerc, utilizând proprietățile figurilor și sin, cos, tg, ctg;
 - calculul ariilor și volumelor, folosind decupări, descompuneri, pavaje, rețele, formule, raportul ariilor, raportul volumelor;
 - calculul măsurilor unor elemente (laturi, apoteme, arii) ale poligoanelor regulate (triunghi, pătrat, hexagon); evidențierea legăturii cu raza cercului circumscris, calculul ariilor laterale și totale ale unor poliedre (paralelipiped dreptunghic, cub, prismă triunghiulară regulată, prismă patrulateră regulată, piramidă triunghiulară regulată, piramidă patrulateră regulată), pe desfășurări date;
- 1.10 să utilizeze elemente de organizare a datelor, de statistică și de probabilități în modelarea unor fenomene
- exerciții de clasificare a unor obiecte concrete sau matematice (de exemplu, într-o mulțime de ecuații, de exerciții de calcul cu radicali sau de probleme de divizibilitate), după criterii date; formularea unor criterii de realizare a unei clasificări;
 - analiza și rezolvarea unor probleme de numărare cu caracter combinatorial;
 - exerciții de înregistrare a rezultatelor unor observații prin desene și tabele; extragerea unor date din tabele, liste, diagrame etc. și interpretarea lor; reprezentarea unor relații prin diagrame;
 - construirea unor diagrame statistice (de tipul grafice cu bare, grafice circulare etc.); interpretarea unor diagrame; analiza unor seturi de date pentru a determina un mod mai potrivit

- de reprezentare grafică;
- analiza unor exemple de evenimente aleatoare legate de domenii diferite ale matematicii (divizibilitate, geometrie etc.); exerciții de apreciere a șansei de producere a unor evenimente, în raport cu altele și reprezentarea lor pe o scală (de exemplu: eveniment sigur, foarte posibil, probabil, imposibil); compararea șanselor de realizare a două evenimente ale căror probabilități sunt cunoscute;
- calculul probabilității unui eveniment ce constă din reuniunea unor evenimente;
- elementare egal probabile, utilizând raportul;
- nr. cazuri favorabile/nr. cazuri posibile.

2. Dezvoltarea capacităților de explorare/investigare și rezolvare de probleme

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VIII-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VIII-a, se recomandă următoarele activități:</i>
2.1	să identifice situații-problemă, să le transpună în limbaj matematic și să organizeze eficient modul de rezolvare a acestora	<ul style="list-style-type: none"> - culegerea și organizarea unor date; - identificarea unor consecințe posibile ce decurg dintr-un set de ipoteze;
2.2	să construiască generalizări și să investigheze valoarea de adevăr a unor enunțuri	<ul style="list-style-type: none"> - exerciții de verificare a validității unor afirmații, pe cazuri particulare sau prin construirea unor exemple și contraexemplu; - formularea unor enunțuri generale, pornind de la unul sau mai multe enunțuri de același tip; verificarea validității enunțurilor formulate; elaborarea unei argumentații (demonstrații) în sprijinul afirmațiilor formulate;
2.3	să identifice reguli de formare a unor șiruri și formule de definire a unor funcții	<ul style="list-style-type: none"> - exerciții de completare a unor șiruri de numere, întocmite după o regulă aditivă, multiplicativă etc.; identificarea regulii de formare a unui șir de numere și exprimarea ei (în cuvinte sau printr-o formulă, desen etc.); alcătuirea unor șiruri, pornind de la o regulă dată; inventarea unor reguli de alcătuire a șirurilor; - exerciții de identificare a formulei care definește o funcție de tipul $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{N}$;
2.4	să construiască probleme, pornind de la un model (grafic sau formulă); să extragă dintr-un set de date informații relevante pentru rezolvarea unor probleme sau pentru a crea probleme	<ul style="list-style-type: none"> - analiza datelor problemei pentru verificarea noncontradicției, suficienței, redundanței și eliminarea informațiilor neesențiale; - formulări de probleme, pornind de la o schemă, grafic, formulă; - compararea unor probleme create pornind de la același element de sprijin; - generalizarea unor scheme, grafice, formule, situații matematice și aprecierea validității și utilității generalizărilor făcute.

3. Dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VIII-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VIII-a, se recomandă următoarele activități:</i>
3.1	să extragă informații cu caracter matematic din diverse surse și să înțeleagă semnificația globală a acestora	- corelarea informațiilor dobândite în diverse moduri; - decodarea informațiilor conținute în reprezentarea plană a unui obiect spațial;
3.2	să prezinte în mod coerent soluția unei probleme, corelând diverse modalități de exprimare (cuvinte, simboluri matematice, diagrame, tabele, grafice, construcții din diferite materiale)	- redactarea rezolvării unei probleme date; - argumentarea orală a demersului de rezolvare a unei probleme;
3.3	să discute în cadrul unui grup avantajele și dezavantajele utilizării unei metode de rezolvare sau a unei modalități de prezentare a unui demers matematic	- discutarea în grup a metodei de rezolvare a unei probleme; - găsirea, în grup, a unor metode alternative de rezolvare; - elaborarea unor referate sau proiecte, care presupun utilizarea unor surse suplimentare de informație.

4. Dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul și aplicarea matematicii în contexte variate

	Obiective de referință	Exemple de activități de învățare
	<i>La sfârșitul clasei a VIII-a, elevul va fi capabil:</i>	<i>Pe parcursul clasei a VIII-a, se recomandă următoarele activități:</i>
4.1	să identifice utilizări ale unor concepte și metode matematice studiate, în diferite domenii	- brainstorming: care dintre metodele matematice studiate sunt utilizate, de exemplu, în studiul științelor naturii; - activitate-proiect: concepte și metode matematice necesare într-un anumit domeniu practic de activitate;
4.2	să manifeste perseverență și gândire creativă în rezolvarea unei probleme	- abordarea unor situații-problemă; - utilizarea unor metode variate în rezolvarea problemelor; - determinarea mai multor soluții pentru o problemă dată;
4.3	<i>să manifeste interes pentru folosirea tehnologiilor informației în studiul matematicii</i>	- <i>utilizarea unor soft-uri pentru învățarea matematicii; explorarea Internet-ului.</i>

CONȚINUTURI

1. Elemente de organizare a datelor

Sistem de axe ortogonale; reprezentarea punctelor în plan cu ajutorul sistemului de axe ortogonale; distanța între două puncte din plan; rezolvarea unor probleme simple de geometrie pornind de la reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale; reprezentarea unor numere reale pe axă, folosind rigla și compasul. Reprezentarea prin tabele, diagrame și grafice a unor dependențe funcționale. Reprezentarea grafică a dependenței direct proporționale. Reprezentarea grafică a dependenței invers proporționale.

Elemente de organizare a datelor și de probabilități.

ALGEBRĂ

Mulțimi

Noțiunea de mulțime; relații (apartenență, egalitate, incluziune); operații (intersecția, reuniunea, diferența,

produsul cartezian).

1. Numere reale

Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate. Aproximări. Exemple de numere iraționale; iraționalitatea lui $\sqrt{2}$ (demonstrația - facultativ); mulțimea numerelor reale; modul; ordonare; reprezentare pe axă prin aproximări.

$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$. Forme de scriere a unui număr real.

Reprezentare pe axă. Aproximări. Valoarea absolută a unui număr real. Intervale.

Operații cu numere reale de forma $a\sqrt{b}$, $b > 0$, (adunarea, scăderea, înmulțirea, ridicarea la putere, împărțirea).

Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$, $a \pm \sqrt{b}$, $a, b \in \mathbf{N}$.

Calcul cu numere reale reprezentate prin litere: adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere cu exponent întreg.

Formule de calcul prescurtat:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2;$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(a \pm b)(a^2 \pm ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

Descompuneri în factori.

Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere. Operații cu acestea (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere).

2. Funcții

Noțiunea de funcție.

Funcții definite pe mulțimi finite, exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule, reprezentare grafică.

Funcții de tipul $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax + b$ ($a, b \in \mathbf{R}$); reprezentarea geometrică a graficului.

Funcții de tipul $f: A \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax + b$ ($a, b \in \mathbf{R}$), unde A este un interval sau o mulțime finită; reprezentare grafică.

3. Ecuații și inecuații

Ecuații de forma $ax + b = 0$, unde a și b sunt numere reale.

Ecuații de forma $ax + by + c = 0$, unde a, b, c sunt numere reale.

Sisteme de ecuații de forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}, \text{ unde } a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \text{ sunt numere reale;}$$

rezolvare prin metoda substituției și prin metoda reducerii; interpretare geometrică.

Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor și a sistemelor de ecuații.

Rezolvarea în \mathbf{R} a ecuației de forma $ax^2 + bx + c = 0$, $a, b, c \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$, prin descompunere în factori sau în sumă de pătrate. Formula de rezolvare.

Inecuații de forma $ax + b > 0$, ($\geq, <, \leq$) unde a și b sunt numere reale.

Teme de sinteză pentru pregătirea examenului de capacitate

GEOMETRIE

Notiuni fundamentale

Drepte și plane în spațiu. Poziția relativă a dreptelor în spațiu. Poziția relativă a dreptelor și planelor în spațiu. Snop de drepte și fascicul de drepte. Unghiul și distanța dintre două drepte necoplanare. Poziția

relativă a planelor în spațiu. Fascicul și snop de plane. Distanța dintre două drepte paralele. Unghiuri și diedre.

Corpuri geometrice

Unități de măsură pentru volum. Unități de măsură pentru capacitate.

Cubul și paralelipipedul dreptunghic. Arii și volume. Secțiuni.

Prisma și cilindrul. Arii și volume. Secțiuni.

Piramida și conul. Arii și volume. Secțiuni.

Poliedre. Teorema lui Euler (fără demonstrație). Poliedre regulate. Dualitate. Poliedre trunchiate.

Sfera. Poziția relativă a dreptelor și sferelor. Poziția relativă a sferelor și planelor. Calotă sferică. Segment sferic. Zonă sferică. Sector sferic. Arii și volume.

Corpuri de rotație. Corpuri înscrise.

STANDARDE CURRICULARE DE PERFORMANȚĂ

OBIECTIVE CADRU	STANDARDE
1. Cunoașterea și înțelegerea conceptelor, a terminologiei și a procedurilor de calcul specifice matematicii	S1. Scrierea, citirea, compararea și reprezentarea pe axă a numerelor reale S2. Efectuarea corectă a operațiilor cu numere reale (eventual reprezentate prin litere) S3. Utilizarea estimărilor și a aproximărilor de numere și măsuri (lungimi, unghiuri, arii și volume) pentru a aprecia validitatea unor rezultate S4. Utilizarea unor elemente de logică și de teoria mulțimilor, precum și a unor relații, funcții, șiruri în rezolvarea problemelor S5. Rezolvarea de ecuații și inecuații și efectuarea de calcule algebrice, utilizând algoritmi, formule și metode specifice S6. Stabilirea și utilizarea proprietăților calitative și metrice ale figurilor și corpurilor geometrice, în probleme de demonstrație și de calcul S7. Utilizarea localizării figurilor geometrice și a unor elemente de transformări geometrice S8. Înregistrarea, prelucrarea și prezentarea datelor pe baza unor elemente de statistică și probabilități S9. Identificarea unei situații-problemă și organizarea eficientă a modului de rezolvare a acesteia S10. Utilizarea unor reprezentări și metode variate pentru clarificarea și justificarea (demonstrarea) unor enunțuri S11. Construirea unor generalizări și verificarea validității lor
2. Dezvoltarea capacităților de explorare/investigare și rezolvare de probleme	S12. Înțelegerea semnificației globale a informațiilor cu caracter matematic extrase din diferite surse documentare S13. Expunerea coerentă orală sau scrisă a propriilor demersuri de rezolvare a unei probleme S14. Angajarea în activități matematice în cadrul unui grup
3. Dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic	